1.
2.
3.
4.
5.

Name:

Matrikelnummer:

Algebra und Diskrete Mathematik für Inf. und Winf.

(Prof. Karigl)

Musterprüfung

---

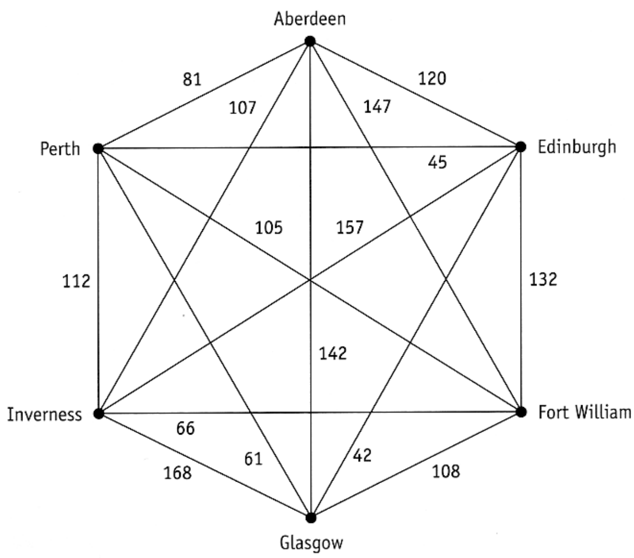
1. Im europäischen Artikelnummernsystem EAN werden Zahlen mit 13 Dezimalziffern der Form $a_1\, a_2 \ldots a_{12}\, p$ verwendet. Dabei wird die letzte der 13 Ziffern, das ist die Prüfziffer p, im EAN-Code so bestimmt, dass gilt

$$a_1 + 3a_2 + a_3 + 3a_4 + \ldots + a_{11} + 3a_{12} + p \equiv 0 \mod 10.$$

(a) Wie lautet die korrekte Prüfziffer p zur Artikelnummer 570926294727p?

(b) Man zeige, dass beim EAN-Code eine Vertauschung von zwei verschiedenen benachbarten Ziffern nur dann erkannt wird, wenn sich die Ziffern nicht um 5 unterscheiden.

2. Der nebenstehende Graph gibt die Entfernungen (in Meilen) von sechs schottischen Städten an. Man finde ein Straßennetz minimaler Gesamtlänge, das alle sechs Städte verbindet. Wie lange ist dieses Straßennetz?



Bemerkung: Geben Sie eine kurze Erläuterung zum verwendeten Algorithmus an, insbesondere warum gewisse Kanten aufgenommen bzw. andere nicht aufgenommen werden.

3. Man löse das folgende lineare Gleichungssystem

$$A\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & -11 & 6 \\ -5 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -9 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Wie groß ist der Rang der Koeffizientenmatrix A, und was gibt er an?

Bitte umblättern!

4. Zweistellige Relationen auf einer Menge:

   (i) Definieren Sie die Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität. Was versteht man unter einer Äquivalenz- bzw. einer Halbordnungsrelationen (mit je einem Beispiel)?

   (ii) Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen Äquivalenzrelationen und Partitionen und geben Sie ein konkretes Beispiel an.

5. Gegeben sei die Differenzengleichung

$$x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n = 3n + 3.$$

   Beantworten Sie dazu die folgenden Fragen bzw. überprüfen Sie die nachstehenden Aussagen (bitte ankreuzen; es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein):

Diese Gleichung ist eine	○ Differenzengleichung 1. Ordnung, ○ Differenzengleichung höherer Ordnung, ○ lineare Differenzengleichung.
Jede partikuläre Lösung der Gleichung enthält zwei Parameter.	○ ja ○ nein
Wie viele verschiedene partikuläre Lösungen besitzt diese Gleichung?	○ keine ○ 1 ○ 2 ○ mehr als 2
Diese Gleichung ist eine linear homogene Differenzengleichung zweiter Ordnung m. konstanten Koeffizienten.	○ ja ○ nein
Die allgemeine Lösung obiger Differenzengleichung ist gegeben durch die Summe	○ der allgemeinen Lösung der homogenen und einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung, ○ einer partikulären Lösung der homogenen und einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung.
Die charakteristische Gleichung der Differenzengleichung besitzt die beiden Lösungen:	○ $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1$ ○ $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1$ ○ $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$ ○ $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -2$
Eine partikuläre Lösung findet man mit Hilfe des unbestimmten Ansatzes:	○ $x_n = A + Bn$ ○ $x_n = An + Bn^2$ ○ $x_n = An^2 + Bn^3$
Zur Bestimmung einer partikulären Lösung der Gleichung kann das Superpositionsprinzip angewendet werden.	○ ja ○ nein

Zeit: 100 Minuten